با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها

همه چیز
برای موفقیت
تو!

- دانلود رایگان آزمون های آزمایشی قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...
- دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس
- دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی (نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی
- دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی و شب امتحانی

کافیست هر فایلی که نیاز دارید را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir

t.me/irantooshe

گام به گام ریاضی (۱) پایه دهم
فصل هفتم

عنوان فصل: آمار و احتمال

از صفحه‌ی ۱۴۱ تا صفحه‌ی ۱۷۰ کتاب

در این فایل پاسخ فعالیت‌ها، کارهای کلاسی، تمرین‌ها و پرسش‌های فصل آمار و احتمال آمده است.

مباحث فصل: احتمال یا اندازه‌گیری شانس، مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه و نمونه، متغیر و انواع آن

تهیه‌شده در ایران‌توشه، توشه‌ای برای موفقیت

irantooshe.ir

فهرست پرسش‌ها

۱ صفحه ۱۴۲ · فعالیت — جدول حالت‌های پرتاب دو تاس ... ۵

۲ صفحه ۱۴۳ · کار در کلاس — پرتاب هم‌زمان یک تاس و یک سکه ... ۶

۳ صفحه ۱۴۳ · مثال (تکمیلی) — جنسیت فرزندان یک خانواده ۴ فرزندی ... ۶

۴ صفحه ۱۴۴ · مثال (تکمیلی) — انتخاب ۳ مهره از ۵ مهره و پیشامدهای آن ... ۷

۵ صفحه ۱۴۵ · کار در کلاس — پیشامدها و اعمال روی آن‌ها در پرتاب دو تاس ... ۸

۶ صفحه ۱۴۵ · کار در کلاس — طرح پیشامدهای ناسازگار برای پرتاب یک تاس ... ۹

۷ صفحه ۱۴۶ · مثال (تکمیلی) — پرتاب یک تاس و دو سکه ... ۹

۸ صفحه ۱۴۷ · مثال (تکمیلی) — کارت‌های دو رقمی با ارقام ۲ و ۳ و ۴ ... ۹

۹ صفحه ۱۴۷ · مثال (تکمیلی) — احتمال انتخاب ۳ مهره از ۴ آبی و ۳ قرمز ... ۱۰

۱۰ صفحه ۱۴۷ · فعالیت — ویژگی‌های احتمال ۱۰

۱۱ صفحه ۱۴۸ · کار در کلاس — احتمال متمم یک پیشامد ... ۱۱

۱۲ صفحه ۱۴۸ · مثال (تکمیلی) — احتمال در پرتاب دو تاس ... ۱۱

۱۳ صفحه ۱۴۹ · مثال (تکمیلی) — چیدن تصادفی حروف کلمهٔ «جهانگردی» ... ۱۲

۱۴ صفحه ۱۴۹ · پرسش درون متن — تایپ تصادفی کلمه و شعر توسط کودک ... ۱۲

۱۵ صفحه ۱۵۰ · تمرین — ۱ — کارت‌های اعداد زوج کوچک‌تر از ۱۱ ... ۱۳

۱۶ صفحه ۱۵۰ · تمرین — ۲ — نمایش پیشامدها با نمودار ون ... ۱۴

۱۷ صفحه ۱۵۰ · تمرین — ۳ — کارت‌های ۱ تا ۸ ..... ۱۴

۱۸ صفحه ۱۵۰ · تمرین — ۴ — فرزندان یک خانواده ۳ فرزندی ... ۱۵

۱۹ صفحه ۱۵۰ · تمرین — ۵ — سکه و تاس و دو سکه ۱۵

۲۰ صفحه ۱۵۰ · تمرین — ۶ — انتخاب تیم دو نفره از ۵ دانش‌آموز ... ۱۵

۲۱ صفحه ۱۵۱ · تمرین — ۷ — کارت‌های اعتباری A و B ۱۶

۲۲ صفحه ۱۵۱ · تمرین — ۸ — ردیف شدن ۷ نفر که دو نفرشان برادرند ... ۱۶

۲۳ صفحه ۱۵۱ · تمرین — ۹ — اثبات $P(A) \le P(B)$ وقتی A زیرمجموعهٔ B است ... ۱۷

۲۴ صفحه ۱۵۳ · کار در کلاس — ۱ — مثال‌هایی از تصمیم‌گیری بر اساس اعداد و ارقام ... ۱۷

۲۵ صفحه ۱۵۳ · کار در کلاس — ۲ — مراحل علم آمار ۱۷

۲۶ صفحه ۱۵۳ · کار در کلاس — ۳ — مراحل علم آمار در خبر هواشناسی ... ۱۸

۲۷ صفحه ۱۵۳ · کار در کلاس — ۴ — تفاوت آمار و علم آمار ... ۱۸

۲۸ صفحه ۱۵۳ · کار در کلاس — ۵ — تعداد لامپ‌های معیوب در یک کارخانه ... ۱۸

۲۹ صفحه ۱۵۴ · کار در کلاس — ۶ — درست یا نادرست دربارهٔ علم آمار ... ۱۹

۳۰ صفحه ۱۵۴ · کار در کلاس — ۷ — تبدیل تصویر به اعداد (پیکسل) ... ۱۹

۳۱ صفحه ۱۵۴ · کار در کلاس — ۸ — جدول عددی یک شکل ۲۰

۳۲ صفحه ۱۵۵ · فعالیت — الف — کاربرد علم آمار در پزشکی (چاقی) ۲۰

۳۳ صفحه ۱۵۶ · فعالیت — ب — پیش‌بینی درصد افراد چاق شهر از روی نمونه ۲۱

۳۴ صفحه ۱۵۶ · مثال (تکمیلی) — شاخص توده بدن فردی با وزن ۱۰۰ کیلوگرم و قد ۱٫۷۴ متر ۲۱

۳۵ صفحه ۱۵۷ · کار در کلاس — جامعه و نمونه در تولید قطعات دو کارخانه ۲۲

۳۶ صفحه ۱۵۸ · تمرین — ۱ — جامعه و نمونه در کیفیت محصولات یک کارخانه ۲۲

۳۷ صفحه ۱۵۸ · تمرین — ۲ — درست یا نادرست دربارهٔ جامعه و نمونه ۲۲

۳۸ صفحه ۱۵۸ · تمرین — ۳ — جامعه و نمونه در صف صبحگاهی ۲۳

۳۹ صفحه ۱۵۹ · فعالیت — سنجش کیفیت میوهٔ هلو ۲۳

۴۰ صفحه ۱۶۰ · کار در کلاس — ۱ — متغیرهای یک خودرو ۲۴

۴۱ صفحه ۱۶۱ · کار در کلاس — ۲ — متغیرهای یک دانش‌آموز ۲۵

۴۲ صفحه ۱۶۱ · کار در کلاس — ۳ — متغیرهای یوزپلنگ ایرانی ۲۵

۴۳ صفحه ۱۶۱ · کار در کلاس — ۴ — متغیر مهارت کارگران کارخانه ۲۶

۴۴ صفحه ۱۶۲ · فعالیت — متغیرهای کمی و کیفی ۲۶

۴۵ صفحه ۱۶۳ · کار در کلاس — ۱ — تشخیص متغیر کمی یا کیفی از روی شکل‌ها ۲۷

۴۶ صفحه ۱۶۳ · کار در کلاس — ۲ — نوع متغیر: کمی یا کیفی ۲۷

۴۷ صفحه ۱۶۳ · کار در کلاس — ۳ — جدول نوع متغیر ۲۷

۴۸ صفحه ۱۶۴ · فعالیت — انواع متغیرهای کمی (پیوسته و گسسته) ۲۸

۴۹ صفحه ۱۶۵ · کار در کلاس — ۱ — پیوسته یا گسسته بودن متغیرهای خودرو ۲۸

۵۰ صفحه ۱۶۵ · کار در کلاس — ۲ — گسسته یا پیوسته ۲۹

۵۱ صفحه ۱۶۶ · کار در کلاس — ۳ — نوع متغیر (پیوسته/گسسته) ۲۹

۵۲ صفحه ۱۶۶ · فعالیت — انواع متغیرهای کیفی (اسمی و ترتیبی) ۳۰

۵۳ صفحه ۱۶۷ · کار در کلاس — متغیر اسمی و ترتیبی در شکل‌ها ۳۰

۵۴ صفحه ۱۶۸ · تمرین — ۱ — اسمی یا ترتیبی ۳۱

۵۵ صفحه ۱۶۸ · تمرین — ۲ — دسته‌بندی نوع متغیرهای هواشناسی ۳۱

۵۶ صفحه ۱۶۹ · تمرین — ۳ — نوع متغیرهای دانش‌آموزان ۳۲

۵۷ صفحه ۱۶۹ · تمرین — ۴ — شاخص توده بدن فردی با وزن ۹۵ و قد ۱۶۰ ۳۳

۵۸ صفحه ۱۶۹ · تمرین — ۵ — جدول عددی شکل (پرچم) ۳۴

۵۹ صفحه ۱۶۹ · تمرین — ۶ — تعریف جامعه و نمونه با مثال ۳۴

۶۰ صفحه ۱۶۹ · تمرین — ۷ — اندازه و اعضای جامعه و نمونه در شکل ۳۴

۶۱ صفحه ۱۷۰ · تمرین — ۸ — نوع متغیرها ۳۵

irantooshe.ir

۱ صفحه ۱۴۲ فعالیت

۱ اگر دو تاس آبی و قرمز را با هم بیندازیم، همهٔ حالت‌های ممکن را می‌توان در جدول زیر مشاهده کرد. ابتدا این جدول را کامل کنید و از طریق اصل ضرب درستی تعداد کل حالت‌های موجود در جدول را بررسی کنید؛ سپس به سؤال‌ها پاسخ دهید:

۲ قطر آبی رنگ چه پیشامدی را نشان می‌دهد؟

۳ خانه‌های مربوط به حالت‌هایی را که هر دو عدد رو شده زوج و هر دو عدد رو شده فردند هاشور بزنید؛ چه الگویی به دست می‌آید؟

۴ با توجه به جدول، یک مسئله طرح کنید و پاسخ آن را توضیح دهید.

۵ با توجه به جدول و قطرهای آن، تعداد حالت‌ها برای مجموع دو تاس، در چه اعدادی برابر است؟ (راهنمایی: به‌عنوان مثال، تعداد حالت‌ها برای مجموع ۵ و مجموع دو تاس ۹، برابر است.)

۱) سطرها نشان‌دهندهٔ عدد تاس آبی و ستون‌ها نشان‌دهندهٔ عدد تاس قرمز هستند. جدول کامل شده در شکل زیر آمده است.

طبق اصل ضرب، برای تاس اول ۶ حالت و برای تاس دوم ۶ حالت داریم، پس تعداد کل حالت‌ها $۶ \times ۶ = ۳۶$ است که با تعداد خانه‌های جدول (۶ سطر و ۶ ستون) برابر است.

۲) قطر رنگی خانه‌های (۱،۱)، (۲،۲)، ... ، (۶،۶) را دربر دارد، یعنی پیشامد «آمدن دو عدد یکسان (برابر) روی دو تاس» را نشان می‌دهد. این پیشامد ۶ عضو دارد.

۳) در خانه‌های هاشورخورده هر دو عدد زوج یا هر دو فرد هستند. الگوی به‌دست‌آمده شبیه صفحهٔ شطرنج است: خانه‌ها یک در میان هاشور می‌خورند و ۱۸ خانه (۹ خانهٔ «هر دو زوج» و ۹ خانهٔ «هر دو فرد») هاشور می‌خورد.

۴) نمونه: «احتمال اینکه مجموع اعداد دو تاس برابر ۷ شود چقدر است؟» روی قطر فرعی (از گوشهٔ بالاراست به پایین‌چپ) مجموع همهٔ خانه‌ها ۷ است: (۱،۶)، (۲،۵)، (۳،۴)، (۴،۳)، (۵،۲)، (۶،۱). پس ۶ حالت مطلوب از ۳۶ حالت داریم و احتمال برابر $\frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$ است.

۵) تعداد حالت‌ها برای هر مجموع برابر تعداد خانه‌های روی قطر فرعی متناظر با آن است: مجموع ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ به‌ترتیب ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ حالت دارند. پس تعداد حالت‌ها برای مجموع‌های زیر برابر است:

- مجموع ۲ و مجموع ۱۲ (هرکدام ۱ حالت)
- مجموع ۳ و مجموع ۱۱ (هرکدام ۲ حالت)
- مجموع ۴ و مجموع ۱۰ (هرکدام ۳ حالت)
- مجموع ۵ و مجموع ۹ (هرکدام ۴ حالت)
- مجموع ۶ و مجموع ۸ (هرکدام ۵ حالت)

به بیان دیگر مجموع‌هایی که از ۷ فاصلهٔ یکسان دارند، تعداد حالت‌های برابر دارند؛ فقط مجموع ۷ تعداد حالتی (۶ حالت) برابر با مجموع دیگر ندارد.

۲ صفحه ۱۴۳ کار در کلاس

فرض کنید می‌خواهیم یک تاس و یک سکه را با هم بیندازیم:

۱ آیا می‌توانید نتیجهٔ حاصل را به‌صورت قطعی بیان کنید؟

۲ آیا این پدیده یا آزمایش، تصادفی است؟ چرا؟

۳ همهٔ حالت‌های ممکن را بنویسید (فضای نمونه‌ای را تشکیل دهید).

۴ تعداد این حالت‌ها را با استفاده از اصل ضرب به دست آورید.

۵ جدول ۶*۲ یا ۲*۶ مربوط به این آزمایش را رسم کنید.

۱) خیر؛ قبل از انداختن، نمی‌توان گفت تاس چه عددی و سکه چه رویی نشان می‌دهد.

۲) بله، تصادفی است؛ زیرا نتیجهٔ آن از قبل قابل پیش‌بینی نیست، ولی همهٔ حالت‌های ممکن را می‌دانیم.

۳) هر حالت را به‌صورت (سکه، تاس) می‌نویسیم. فضای نمونه‌ای:

S = {(ر،۱)، (ر،۲)، (ر،۳)، (ر،۴)، (ر،۵)، (ر،۶)، (پ،۱)، (پ،۲)، (پ،۳)، (پ،۴)، (پ،۵)، (پ،۶)}

۴) سکه ۲ حالت و تاس ۶ حالت دارد؛ طبق اصل ضرب $n(S) = ۲ \times ۶ = ۱۲$.

۵) جدول (۶ × ۲ سطرها: وضعیت سکه، ستون‌ها: عدد تاس):

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir

۳ صفحه ۱۴۳ مثال (تکمیلی)

فرض کنید خانواده‌ای ۴ فرزند دارد؛ اما از جنسیت فرزندان این خانواده اطلاع نداریم. اگر ترتیب به‌دنیا آمدن فرزندان اهمیت داشته باشد، با توجه به اصل ضرب تعداد همهٔ حالت‌های ممکن برای فرزندان این خانواده عبارت است از: ۲*۲*۲*۲ = ۱۶ حالت. (پ، پ، د، پ) به این معنی است که فرزند اول یا بزرگ‌تر در این خانواده پسر و فرزند دوم دختر و فرزند سوم و چهارم، پسر هستند. حالت (د، پ، پ، پ) را شما توضیح دهید. پیشامدهای زیر را در نظر بگیرید و جاهای خالی را پر کنید:

الف) پیشامد اینکه «دقیقاً یک دختر در این خانواده متولد شده باشد» A = {(د، پ، پ، پ) ، ... ، ... ، ... ، (پ، پ، پ، د)} ، A =

ب) پیشامد اینکه «حداکثر یک دختر در خانواده متولد شده باشد» B = {(پ، پ، پ، پ) ، ... ، ... ، ... ، (پ، پ، پ، د)} ، B =

پ) پیشامد اینکه «تعداد فرزندان پسر و دختر برابر باشد» = C ، C = {(پ، پ، د، د) ، ... ، ... ، ... ، ... ، (د، د، پ، پ)}

ت) پیشامد اینکه «تعداد فرزندان پسر از دختر بیشتر باشد» = D ، D = {(پ، پ، پ، پ) ، ... ، ... ، ... ، (د، پ، پ، پ)}

حالت (د، پ، پ، پ) یعنی فرزند اول (بزرگ‌ترین) دختر و فرزندان دوم، سوم و چهارم هر سه پسر هستند.

الف) A = {(د، پ، پ، پ) ، (پ، د، پ، پ) ، (پ، پ، د، پ) ، (پ، پ، پ، د)} که ۴ عضو دارد.

ب) «حداکثر یک دختر» یعنی هیچ دختر یا دقیقاً یک دختر: B = {(پ، پ، پ، پ) ، (د، پ، پ، پ) ، (پ، د، پ، پ) ، (پ، پ، د، پ) ، (پ، پ، پ، د)} که ۵ عضو دارد.

پ) باید دقیقاً ۲ پسر و ۲ دختر داشته باشیم (۶ = C(۴،۲) حالت): C = {(پ، پ، د، د) ، (پ، د، پ، د) ، (پ، د، د، پ) ، (د، پ، پ، د) ، (د، پ، د، پ) ، (د، د، پ، پ)}

ت) پسرها بیشتر از دخترها باشند: یا ۴ پسر یا ۳ پسر و ۱ دختر: D = {(پ، پ، پ، پ) ، (پ، پ، پ، د) ، (پ، د، پ، پ) ، (د، پ، پ، پ)} که ۵ عضو دارد.

۴ صفحه ۱۴۴ **مثال (تکمیلی)**

در جعبه‌ای ۳ مهرهٔ قرمز متفاوت (با شماره‌های ۱ تا ۳) و ۲ مهرهٔ آبی متفاوت (با شماره‌های ۱ و ۲) وجود دارد. اگر ۳ مهره به تصادف از این جعبه خارج شود، تعداد حالت‌های ممکن در انتخاب ۳ مهره از بین ۵ مهره، عبارت است از C(۵، ۳) = ... ، زیرا ترتیب انتخاب مهم نیست. بنابراین فضای نمونه‌ای را بنویسید و جاهای خالی را پر کنید. اگر پیشامدهای «حداقل ۱ مهرهٔ آبی انتخاب شود» و «حداکثر ۱ مهرهٔ آبی انتخاب شود» و «هر سه مهره قرمز انتخاب شود» را به ترتیب A و B و C بنامیم، S را مجموعهٔ مرجع فرض کنیم، متمم A یعنی A′ با کدام‌یک از مجموعه‌های B یا C برابر است؟

تعداد حالت‌ها: $\binom{۵}{۳} = \frac{۵ \times ۴}{۲} = ۱۰$.

S = {R۱R۲R۳ ، R۱R۲B۱ ، R۱R۲B۲ ، R۱R۳B۱ ، R۱R۳B۲ ، R۲R۳B۱ ، R۲R۳B۲ ، B۱B۲R۱ ، B۱B۲R۲ ، B۱B۲R۳}

A (حداقل یک آبی) = همهٔ حالت‌ها به‌جز R۱R۲R۳، یعنی ۹ عضو: {B۲R۱R۲ ، B۱R۲R۳ ، B۱R۱R۳ ، B۱R۱R۲ ، B۱B۲R۳ ، B۱B۲R۲ ، B۱B۲R۱ ، B۲R۲R۳ ، B۲R۱R۳}

B (حداکثر یک آبی) = {R۱R۲R۳ ، B۲R۲R۳ ، B۲R۱R۳ ، B۲R۱R۲ ، B۱R۲R۳ ، B۱R۱R۳ ، B۱R۱R۲} که ۷ عضو دارد.

C = {R۱R۲R۳}

متمم A، یعنی حالتی که «هیچ مهرهٔ آبی نباشد» که فقط R۱R۲R۳ است؛ پس A′ = C و با B برابر نیست (B دارای ۷ عضو است).

۵ صفحه ۱۴۵ کار در کلاس

۱ با توجه به فعالیت ابتدای این درس (انداختن دو تاس) هر یک از پیشامدهای زیر را تشکیل دهید و جاهای خالی را پر کنید.

A = پیشامد آنکه هر دو تاس فرد باشند = {(۱،۱) ، ... }

B = پیشامد آنکه مجموع دو تاس ۶ باشد = {(۱،۵) ، (۵،۱) ، ... }

C = پیشامد آنکه تاس آبی مضرب ۳ بیاید = {(۳،۱) ، ... }

الف) پیشامد اینکه «هر دو تاس فرد و مجموع آن‌ها ۶ باشد» ($A \cap B$)

ب) پیشامد آنکه «هر دو تاس فرد یا مجموع دو تاس ۶ باشد» ($A \cup B$)

پ) پیشامد آنکه ($A - C$) رخ بدهد؛ یعنی «هر دو تاس فرد باشند، ولی ...»

ت) پیشامد ($B - C$) را توصیف کنید و آن را تشکیل دهید.

ث) اگر پیشامد D را «مجموع دو تاس، عدد ۷ باشد» و پیشامد E را «هر دو تاس زوج باشند» تعریف کنیم، آیا D و E ناسازگارند؟ چرا؟

$A = \{(۱, ۱), (۱, ۳), (۱, ۵), (۳, ۱), (۳, ۳), (۳, ۵), (۵, ۱), (۵, ۳), (۵, ۵)\}$

$B = \{(۱, ۵), (۵, ۱), (۲, ۴), (۴, ۲), (۳, ۳)\}$

$C = \{(۳, ۱), (۳, ۲), (۳, ۳), (۳, ۴), (۳, ۵), (۳, ۶), (۶, ۱), (۶, ۲), (۶, ۳), (۶, ۴), (۶, ۵), (۶, ۶)\}$

(مؤلفهٔ اول عدد تاس آبی است.)

الف) حالت‌هایی که هم هر دو فرد و هم مجموع ۶ است:

$A \cap B = \{(۱, ۵), (۵, ۱), (۳, ۳)\} \Rightarrow n(A \cap B) = ۳$

ب) همهٔ اعضای A و B (اعضای مشترک یک بار شمرده می‌شود):

$A \cup B = \{(۱, ۱), (۱, ۳), (۳, ۱), (۱, ۵), (۵, ۱), (۲, ۴), (۴, ۲), (۳, ۳), (۳, ۵), (۵, ۳), (۵, ۵)\}$

تعداد اعضا: $n(A \cup B) = ۹ + ۵ - ۳ = ۱۱$ که با شمارش مستقیم هم برابر است.

پ) $A - C$ یعنی «هر دو تاس فرد باشند، ولی تاس آبی مضرب ۳ نباشد» (یعنی تاس آبی ۱ یا ۵ باشد):

$A - C = \{(۱, ۱), (۱, ۳), (۱, ۵), (۵, ۱), (۵, ۳), (۵, ۵)\}$

ت) $B - C$ یعنی «مجموع دو تاس ۶ باشد، ولی تاس آبی مضرب ۳ نباشد». از B حالت (۳،۳) (که تاس آبی آن ۳ است) حذف می‌شود:

$B - C = \{(۱, ۵), (۵, ۱), (۲, ۴), (۴, ۲)\}$

ث) $D = \{(۱،۶)، (۶،۱)، (۲،۵)، (۵،۲)، (۳،۴)، (۴،۳)\}$. اگر هر دو تاس زوج باشند مجموع آن‌ها زوج است و نمی‌تواند ۷ (فرد) باشد؛ پس $D \cap E = \varnothing$ و D و E ناسازگارند.

۶ صفحه ۱۴۵ کار در کلاس

۲ تاسی را می‌اندازیم، روی فضای نمونه‌ای حاصل، پیشامدهای A و B و C را طوری تعریف کنید که:

الف) A و B ناسازگار باشند.

ب) A و B و C دو به دو ناسازگار باشند.

پ) (A ∪ B) و C ناسازگار باشند.

فضای نمونه‌ای S = {۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ ، ۶} است. نمونه جواب‌ها:

الف) A = «عدد زوج» = {۲ ، ۴ ، ۶} و B = «عدد فرد» = {۱ ، ۳ ، ۵}؛ چون $A \cap B = \varnothing$ ناسازگارند.

ب) A = {۱ ، ۲} و B = {۳ ، ۴} و C = {۵ ، ۶}؛ هر دو تای آن‌ها عضو مشترک ندارند.

پ) A = {۱ ، ۲} و B = {۳} و C = {۵ ، ۶}؛ در این صورت $A \cup B = \{۱ ، ۲ ، ۳\}$ و $C \cap (A \cup B) = \varnothing$.

۷ صفحه ۱۴۶ مثال (تکمیلی)

یک تاس و ۲ سکه را با هم می‌اندازیم:

الف) فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟ $n(S) = ۲ * ۲ * ۶ = ۲۴$

ب) پیشامد آنکه «هر دو سکه رو و تاس زوج باشد» را تشکیل دهید. A = {(ر ، ر ، ۲) ، ... }

پ) پیشامد آنکه «هر دو سکه پشت یا تاس عدد ۵ بیاید» را تشکیل دهید. B = {(پ ، پ ، ۱) ، (پ ، پ ، ۲) ، ... }

هر حالت را به صورت (سکهٔ اول، سکهٔ دوم، تاس) می‌نویسیم.

الف) $n(S) = ۲ \times ۲ \times ۶ = ۲۴$

ب) A = {(ر، ر، ۲) ، (ر، ر، ۴) ، (ر، ر، ۶)}

پ) هر دو سکه پشت: ۶ حالت (تاس هرچه باشد)؛ تاس ۵: ۴ حالت (سکه‌ها هرچه باشند) که حالت (پ، پ، ۵) در هر دو مشترک است. پس $۶ + ۴ - ۱ = ۹$ عضو داریم:

B = {(پ، پ، ۱) ، (پ، پ، ۲) ، (پ، پ، ۳) ، (پ، پ، ۴) ، (پ، پ، ۵) ، (پ، پ، ۶) ، (ر، ر، ۵) ، (ر، پ، ۵) ، (پ، ر، ۵)}

۸ صفحه ۱۴۷ مثال (تکمیلی)

فرض کنیم هر یک از اعداد دو رقمی را که با ارقام ۲ و ۳ و ۴ و بدون تکرار رقم می‌توانیم بسازیم، روی یک کارت می‌نویسیم و آن‌ها را در کیسه‌ای قرار می‌دهیم. سپس یک کارت به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم: اگر

پیشامدهای A و B را به ترتیب «خارج شدن عدد زوج» و «خارج شدن عدد فرد» تعریف کنیم، شانس رخداد کدام پیشامد بیشتر است؟ (جاهای خالی را پر کنید.)

$S = \{۲۳, ۲۴, ۳۲, ۳۴, ۴۲, ۴۳\}$, $n(S) = ۶$

$A = \{۲۴, ۳۲, ۳۴, ۴۲\}$, $B = \{۲۳, ۴۳\}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$, $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$

چون $P(A) > P(B)$، شانس رخداد پیشامد A (خارج شدن عدد زوج) بیشتر است.

۹ صفحه ۱۴۷ **مثال (تکمیلی)**

در جعبه‌ای ۴ مهرهٔ آبی و ۳ مهرهٔ قرمز وجود دارد. اگر از این جعبه سه مهره به تصادف خارج کنیم، چقدر احتمال دارد:

الف) هر سه مهره آبی باشند.

ب) هر سه مهره هم‌رنگ باشند.

پ) دقیقاً ۲ مهره هم‌رنگ باشند.

$n(S) = \binom{۷}{۳} = ۳۵$

الف) $P(A) = \frac{\binom{۴}{۳}}{\binom{۷}{۳}} = \frac{۴}{۳۵}$

ب) یا هر سه مهره آبی یا هر سه قرمز (دو حالت ناسازگار):

$P(B) = \frac{\binom{۴}{۳} + \binom{۳}{۳}}{۳۵} = \frac{۴+۱}{۳۵} = \frac{۵}{۳۵} = \frac{۱}{۷}$

پ) دو آبی و یک قرمز، یا دو قرمز و یک آبی:

$P(C) = \frac{\binom{۴}{۲} \times \binom{۳}{۱} + \binom{۳}{۲} \times \binom{۴}{۱}}{۳۵} = \frac{۱۸+۱۲}{۳۵} = \frac{۳۰}{۳۵} = \frac{۶}{۷}$

۱۰ صفحه ۱۴۷ **فعالیت**

اگر S فضای نمونه‌ای متناهی و ناتهی برای یک آزمایش تصادفی باشد و A و B پیشامدهایی در این فضا باشند، در این صورت:

I) $۰ \leq P(A) \leq ۱$ **(دلیل آن را کامل کنید.)**

II) $P(\emptyset) = ۰$, $P(S) = ۱$ **(دلیل آن را کامل کنید.)**

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

III) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (دلیل آن را کامل کنید.)

I) چون $A \subseteq S$ است، $0 \le n(A) \le n(S)$. با تقسیم طرفین بر $n(S)$ (که مثبت است):

$$0 \le \frac{n(A)}{n(S)} \le \frac{n(S)}{n(S)} \Rightarrow 0 \le P(A) \le 1$$

II) $\varnothing$ عضوی ندارد و S همهٔ اعضای فضا را دارد:

$$P(\varnothing) = \frac{n(\varnothing)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0 \quad , \quad P(S) = \frac{n(S)}{n(S)} = 1$$

III) می‌دانیم (از اصل شمول و عدم شمول) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$. با تقسیم طرفین بر $n(S)$:

$$\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

اگر A و B ناسازگار باشند، $A \cap B = \varnothing$ و $P(A \cap B) = 0$، پس $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

---

۱۱ صفحه ۱۴۸ **کار در کلاس**

اگر A' متمم پیشامد A در فضای نمونه‌ای S باشد (A و A' ناسازگارند) نشان دهید $P(A') = 1 - P(A)$.

می‌دانیم $A \cup A' = S$، پس $P(A \cup A') = P(S) = 1$. از طرفی A و A' ناسازگارند، پس:

$$P(A \cup A') = P(A) + P(A') \Rightarrow P(A) + P(A') = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(A')$$

---

۱۲ صفحه ۱۴۸ **مثال (تکمیلی)**

اگر دو تاس را با هم بیندازیم، چقدر احتمال دارد: (می‌دانیم در انداختن دو تاس $n(S) = 6^2 = 36$)

الف) هر دو تاس زوج باشند؟

ب) مجموع دو تاس ۸ یا هر دو تاس فرد باشند؟

پ) مجموع دو تاس ۷ یا هر دو زوج باشند؟

ت) مجموع دو تاس کمتر از ۱۱ باشد؟

ث) حاصل‌ضرب دو عدد رو شده ۱۲ باشد؟

الف) پیشامد هر دو زوج: $A = \{(2,2), (2,4), (4,2), (2,6), (6,2), (4,4), (6,2), (4,6), (6,4), (6,6)\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

ب) B = «مجموع ۸» = {(۲،۶) ، (۶،۲) ، (۳،۵) ، (۵،۳) ، (۴،۴)} و C = «هر دو فرد» که ۹ عضو دارد. اشتراک: B ∩ C = {(۳،۵) ، (۵،۳)}

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = \frac{۵}{۳۶} + \frac{۹}{۳۶} - \frac{۲}{۳۶} = \frac{۱۲}{۳۶} = \frac{۱}{۳}$$

پ) D = «مجموع ۷» = {(۴،۳) ، (۳،۴) ، (۵،۲) ، (۲،۵) ، (۶،۱) ، (۱،۶)} که ۶ عضو دارد و A (هر دو زوج) ۹ عضو دارد. چون $D \cap A = \emptyset$:

$$P(D \cup A) = P(D) + P(A) = \frac{۶}{۳۶} + \frac{۹}{۳۶} = \frac{۱۵}{۳۶} = \frac{۵}{۱۲}$$

ت) مجموع بین ۲ تا ۱۲ است و شمردن حالت‌های «کمتر از ۱۱» طولانی است؛ از متمم استفاده می‌کنیم. A = «مجموع کمتر از ۱۱» و A' = «مجموع بزرگ‌تر یا مساوی ۱۱» = {(۵،۶) ، (۶،۵) ، (۶،۶)}:

$$P(A') = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲} \Rightarrow P(A) = ۱ - \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱۱}{۱۲}$$

ث) A = {(۲،۶) ، (۶،۲) ، (۳،۴) ، (۴،۳)}

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۳۶} = \frac{۱}{۹}$$

---

۱۳ صفحه ۱۴۹ **مثال (تکمیلی)**

اگر حروف کلمهٔ «جهانگردی» را به تصادف کنار هم قرار دهیم، چقدر احتمال دارد:

الف) حرف «ی» آخر باشد؟

ب) دو حرف «ی» و «د» کنار هم باشند؟

پ) با حرف «ج» شروع و به حرف «ی» ختم شود؟

کلمهٔ «جهانگردی» ۸ حرف متمایز دارد؛ پس تعداد همهٔ حالت‌ها $n(S) = ۸!$ است.

الف) «ی» در جای آخر ثابت و ۷ حرف دیگر به $۷!$ حالت چیده می‌شوند:

$$P(A) = \frac{۷!}{۸!} = \frac{۱}{۸}$$

ب) «ی» و «د» را یک بسته می‌گیریم: با ۷ شیء، $۷!$ جایگشت و داخل بسته $۲!$ حالت (ید یا دی):

$$P(B) = \frac{۷! \times ۲!}{۸!} = \frac{۲}{۸} = \frac{۱}{۴}$$

پ) حرف اول «ج» و حرف آخر «ی» ثابت‌اند و ۶ حرف وسط به $۶!$ حالت چیده می‌شوند:

$$P(C) = \frac{۶!}{۸!} = \frac{۱}{۸ \times ۷} = \frac{۱}{۵۶}$$

---

۱۴ صفحه ۱۴۹ **پرسش درون متن**

فرض کنیم تعداد دکمه‌های یک رایانه ۵۰ عدد باشد و کودکی که خواندن و نوشتن نمی‌داند، به صورت تصادفی شروع به تایپ کردن کند. چقدر احتمال دارد که یک کلمه مانند «طبیعت» را تایپ کند؟ (احتمال انتخاب هر

حرف مانند «ط» برابر ۱/۵۰ است و چون این کلمه ۵ حرف دارد احتمال تایپ آن برابر است با

$(۱/۵۰) \times \ldots \times (۱/۵۰).)$

اگر همین کودک بخواهد بیت «تو کز سرای طبیعت نمی‌روی بیرون / کجا به کوی طریقت گذر توانی کرد» را به طور تصادفی تایپ کند احتمال آن چقدر است؟ این عدد چقدر کوچک است؟

حال اگر شعری که این بیت در آن قرار دارد بخواهیم تصادفی تایپ کنیم احتمال آن چقدر می‌شود؟

اگر کسی به شما بگوید به طور تصادفی کودکی کتاب حافظ را تایپ کرد شما باور می‌کنید؟

طبیعتی که در اطراف ما است بسیار پیچیده‌تر از شعر حافظ است، آیا می‌توان پذیرفت که به طور تصادفی به‌وجود آمده است؟

کلمهٔ «طبیعت»: ۵ حرف دارد و هر حرف با احتمال $\frac{۱}{۵۰}$ تایپ می‌شود؛ حرف‌ها مستقل‌اند:

$$\left(\frac{۱}{۵۰}\right)^{۵} = \frac{۱}{۳۱۲\,۵۰۰\,۰۰۰} \approx ۳.۲ \times ۱۰^{-۹}$$

یعنی حدود سه در یک میلیارد.

بیت شعر: اگر فقط حرف‌ها را بشماریم (بدون فاصله و علامت)، مصراع اول ۲۴ حرف و مصراع دوم ۲۳ حرف دارد؛ جمعاً ۴۷ حرف. احتمال:

$$\left(\frac{۱}{۵۰}\right)^{۴۷} = \frac{۱}{۵۰^{۴۷}} \approx ۱.۴ \times ۱۰^{-۸۰}$$

این عدد بسیار کوچک است (صفر، ممیز، ۷۹ صفر و سپس رقم‌های ۱۴)؛ عملاً می‌توان گفت غیرممکن است.

کل شعر: چون حروف بسیار بیشتری دارد، توان کسر بسیار بزرگ‌تر می‌شود و احتمال بسیار بسیار کوچک‌تر از این (باز هم بی‌نهایت نزدیک به صفر) خواهد بود. اگر شعر n حرف داشته باشد، احتمال $\left(\frac{۱}{۵۰}\right)^{n}$ است.

باور کردن: خیر؛ احتمال تایپ تصادفی یک کتاب کامل مانند دیوان حافظ آن‌قدر ناچیز است که رخ دادن آن را باور نمی‌کنیم.

طبیعت: چون طبیعت و موجودات آن بسیار پیچیده‌تر از یک شعر هستند، احتمال پیدایش تصادفی آن‌ها از این هم کمتر است؛ بنابراین نمی‌توان پذیرفت که طبیعت به طور کاملاً تصادفی و بدون طرح و تدبیر پدید آمده باشد.

---

۱۵ صفحه ۱۵۰ تمرین

۱ هر یک از اعداد طبیعی و زوج کوچک‌تر از ۱۱ را روی یک کارت می‌نویسیم و یکی از این کارت‌ها را به‌تصادف برمی‌داریم:

الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش یا پدیدهٔ تصادفی را مشخص کنید.

ب) چه تعداد پیشامد تصادفی را روی این فضای نمونه‌ای می‌توان تعریف کرد؟

پ) پیشامد A را که در آن «عدد روی کارت انتخاب شده بر ۴ بخش‌پذیر باشد»، مشخص کنید.

الف) $S = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰\}$

ب) هر زیرمجموعهٔ S یک پیشامد است. S پنج عضو دارد، پس تعداد زیرمجموعه‌ها (پیشامدها) $۲^۵ = ۳۲$ است (شامل پیشامد غیرممکن $\emptyset$ و پیشامد قطعی S).

پ) $A = \{۴, ۸\}$

---

۱۶ صفحه ۱۵۰ تمرین

۲ فرض کنید A و B و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند. هر یک از عبارت‌های توصیفی زیر را با نمودار ون نمایش دهید و هاشور بزنید.

الف) پیشامدهای A و C رخ بدهند؛ ولی B رخ ندهد.

ب) فقط پیشامد B رخ بدهد.

پ) پیشامد B رخ بدهد و C رخ ندهد.

ناحیهٔ رنگی در هر نمودار پاسخ مسئله است.

الف) $A \cap C \cap B' = A \cap (C - B)$

ب) $B - (A \cup C) = B \cap A' \cap C'$

پ) $B \cap C' = B - C$

---

۱۷ صفحه ۱۵۰ تمرین

۳ هر یک از ارقام ۱ تا ۸ را روی یک کارت می‌نویسیم و آن‌ها را در یک کیسه قرار می‌دهیم؛ سپس یک کارت به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. هر یک از پیشامدهای زیر را تعیین کنید:

الف) فضای نمونه‌ای و پیشامد A که در آن «عدد روی کارت زوج باشد».

ب) پیشامد B که در آن «عدد روی کارت اول باشد».

پ) پیشامد C که در آن «عدد رو شده بزرگ‌تر از ۲ باشد».

الف) $S = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸\}$ و $A = \{۲, ۴, ۶, ۸\}$

ب) اعداد اول ۱ تا ۸ (۱ اول نیست): $B = \{۲, ۳, ۵, ۷\}$

پ) $C = \{۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸\}$

۱۸ صفحه ۱۵۰ تمرین

۴ خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. فضای نمونه‌ای مربوط به فرزندان این خانواده را و پیشامد آنکه حداقل یکی از فرزندان دختر باشد را مشخص کنید.

هر حالت را با ترتیب تولد می‌نویسیم (پ = پسر، د = دختر). تعداد حالت‌ها ۸ = ۲ × ۲ × ۲ است:

S = {(پ، پ، پ) ، (پ، پ، د) ، (پ، د، پ) ، (د، پ، پ) ، (پ، د، د) ، (د، پ، د) ، (د، د، پ) ، (د، د، د)}

پیشامد «حداقل یک دختر» یعنی همهٔ حالت‌ها به‌جز (پ، پ، پ). این پیشامد ۷ عضو دارد:

A = {(پ، پ، د) ، (پ، د، پ) ، (د، پ، پ) ، (پ، د، د) ، (د، پ، د) ، (د، د، پ) ، (د، د، د)}

۱۹ صفحه ۱۵۰ تمرین

۵ سکه‌ای را به هوا می‌اندازیم. اگر پشت بیاید، یک تاس می‌اندازیم و اگر رو بیاید دو سکهٔ دیگر را می‌اندازیم:

الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

ب) پیشامد آنکه «تاس زوج بیاید» را مشخص کنید.

پ) پیشامد آنکه «حداقل ۲ سکه رو بیاید» را مشخص کنید.

الف) اگر سکهٔ اول پشت بیاید، یکی از ۶ حالت تاس رخ می‌دهد؛ اگر رو بیاید، دو سکهٔ دیگر ۴ حالت دارند. پس ۱۰ = ۴ + ۶ عضو داریم:

S = {(پ، ۱) ، (پ، ۲) ، (پ، ۳) ، (پ، ۴) ، (پ، ۵) ، (پ، ۶) ، (ر، ر، ر) ، (ر، ر، پ) ، (ر، پ، ر) ، (ر، پ، پ)}

ب) A = {(پ، ۲) ، (پ، ۴) ، (پ، ۶)}

پ) وقتی سکهٔ اول پشت است، هیچ سکهٔ دیگری انداخته نمی‌شود (تعداد رو برابر ۰ است). اگر سکهٔ اول رو باشد، باید حداقل یکی از دو سکهٔ بعدی هم رو باشد:

B = {(ر، ر، ر) ، (ر، ر، پ) ، (ر، پ، ر)}

۲۰ صفحه ۱۵۰ تمرین

۶ می‌خواهیم از بین ۳ دانش‌آموز کلاس دهم رشتهٔ ریاضی و ۲ دانش‌آموز دهم رشتهٔ تجربی یک تیم دو نفرهٔ تنیس روی میز انتخاب کنیم. اگر این عمل به تصادف صورت پذیرد، چقدر احتمال دارد:

الف) هر دو نفر، از دانش‌آموزان کلاس دهم ریاضی باشند؟

ب) هر دو نفر، هم‌رشته باشند؟

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

پ) ۱ نفر از رشتهٔ ریاضی و ۱ نفر از رشتهٔ تجربی باشد؟

تعداد کل حالت‌ها: $n(S) = \binom{۵}{۲} = ۱۰$.

الف) $P = \frac{\binom{۳}{۲}}{۱۰} = \frac{۳}{۱۰}$

ب) هر دو ریاضی (۳ حالت) یا هر دو تجربی ($C(۲)$، ۱ حالت) = (۲ حالت):

$P = \frac{۳+۱}{۱۰} = \frac{۴}{۱۰} = \frac{۲}{۵}$

پ) $P = \frac{\binom{۳}{۱} \times \binom{۲}{۱}}{۱۰} = \frac{۶}{۱۰} = \frac{۳}{۵}$ (که مکمل پیشامد قسمت «ب» است).

---

۲۱ صفحه ۱۵۱ تمرین

۷ یک فروشگاه دو نوع کارت اعتباری A و B را می‌پذیرد. اگر ۳۴ درصد از مشتریان کارت نوع A ($P(A) = ۳۴/۱۰۰$) و ۶۲ درصد کارت نوع B و ۱۵ درصد هر دو کارت را همراه داشته باشند، چقدر احتمال دارد مشتریان با در اختیار داشتن حداقل یکی از این دو کارت از این فروشگاه خرید کنند؟

«حداقل یکی از دو کارت» یعنی $A \cup B$. طبق فرمول احتمال اجتماع:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰.۳۴ + ۰.۶۲ - ۰.۱۵ = ۰.۸۱$

پس احتمال مورد نظر ۰٫۸۱ یا ۸۱ درصد است.

---

۲۲ صفحه ۱۵۱ تمرین

۸ اگر ۷ نفر که دو نفر آن‌ها با هم برادرند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چقدر احتمال دارد:

الف) دو برادر کنار یکدیگر نباشند؟

ب) یکی از آن‌ها در ابتدای ردیف و دیگری در انتهای ردیف قرار بگیرند؟

تعداد کل حالت‌ها $n(S) = ۷!$ است.

الف) ابتدا احتمال «کنار هم بودن» را حساب می‌کنیم: دو برادر را یک بسته می‌گیریم ($۶!$ حالت برای ۶ شیء و $۲!$ حالت داخل بسته):

$P(A') = \frac{۶! \times ۲!}{۷!} = \frac{۲}{۷} \Rightarrow P(A) = ۱ - \frac{۲}{۷} = \frac{۵}{۷}$

ب) برادرها دو سر ردیف را با ۲ حالت می‌گیرند و ۵ نفر دیگر در وسط $۵!$ حالت دارند:

$P(B) = \frac{۲ \times ۵!}{۷!} = \frac{۲}{۴۲} = \frac{۱}{۲۱}$

۲۳ صفحه ۱۵۱ تمرین

۹ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند و $A \subseteq B$، ثابت کنید $P(A) \leq P(B)$.

چون $A \subseteq B$ است، هر عضو A عضو B هم هست؛ پس $n(A) \leq n(B)$. با تقسیم دو طرف بر $n(S) > 0$:

$$\frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(B)}{n(S)} \Rightarrow P(A) \leq P(B)$$

راه دوم: B را به‌صورت اجتماع دو پیشامد ناسازگار A و $B - A$ می‌نویسیم:

$P(B) = P(A) + P(B - A) \geq P(A)$ زیرا $P(B - A) \geq 0$.

(جهت نمادها در متن استخراج‌شده ناخوانا بود؛ حکم به‌صورت استاندارد «اگر پیشامدی زیرمجموعهٔ پیشامد دیگر باشد، احتمال آن کمتر یا مساوی است» بازسازی شد.)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۴ صفحه ۱۵۳ کار در کلاس

۱ در پیرامون خود، مثال‌هایی را از تصمیم‌گیری یا پیش‌بینی بر اساس اعداد و ارقام بیاورید.

- پیش‌بینی وضع هوا بر اساس دما، رطوبت و بارش روزهای گذشته و تصمیم برای سفر یا همراه داشتن چتر؛
- پیش‌بینی نتیجهٔ انتخابات یا نظرسنجی‌ها بر اساس پرسش از تعدادی از مردم؛
- تصمیم یک مغازه‌دار برای سفارش جنس بیشتر بر اساس آمار فروش ماه‌های گذشته؛
- تصمیم معلم برای تکرار یک درس بر اساس نمرات دانش‌آموزان در آزمون؛
- تصمیم پزشک برای درمان بر اساس نتایج آزمایش خون بیمار و مقایسه با مقادیر طبیعی؛
- تعیین زمان‌بندی چراغ‌های راهنمایی بر اساس شمارش خودروهای عبوری.

۲۵ صفحه ۱۵۳ کار در کلاس

۲ مراحل علم آمار را در شکل زیر کامل کنید. (چهار کادر: جمع‌آوری اعداد و ارقام ← سازمان‌دهی و نمایش ← تحلیل و تفسیر داده ← ؟)

مراحل علم آمار به ترتیب عبارت‌اند از:

1. **جمع‌آوری اعداد و ارقام** (داده‌ها)
2. **سازمان‌دهی و نمایش** داده‌ها (جدول، نمودار و ...)
3. **تحلیل و تفسیر** داده‌ها

4. **نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی** (تصمیم‌گیری)

۲۶ صفحه ۱۵۳ کار در کلاس

۳ با درنظر گرفتن اخبار هواشناسی مراحل علم آمار را در شکل زیر کامل کنید.

1. **جمع‌آوری اعداد و ارقام:** آمار مربوط به دمای هوا، میزان رطوبت و بارش باران در ایستگاه‌های هواشناسی طی ده روز گذشته.
2. **سازمان‌دهی و نمایش:** قرار دادن این داده‌ها در جدول و رسم نمودار دما، رطوبت و بارش.
3. **تحلیل و تفسیر:** بررسی روند داده‌ها با استفاده از روش‌های مدل‌بندی هواشناسی.
4. **نتیجه‌گیری و پیش‌بینی:** «دمای هوا طی سه روز آینده ۵ درجه گرم‌تر می‌شود و هوا صاف و آفتابی است»؛ و در نتیجه خانواده سه روز آینده را برای مسافرت انتخاب می‌کند.

۲۷ صفحه ۱۵۳ کار در کلاس

۴ تفاوت آمار و علم آمار در چیست؟

آمار مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است (مانند جدول دمای هوا یا تعداد لامپ‌های معیوب). **علم آمار** مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازمان‌دهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب دربارهٔ پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی می‌شود.

۲۸ صفحه ۱۵۳ کار در کلاس

۵ مدیر کارخانه‌ای برای پیدا کردن تعداد کل لامپ‌های معیوب در یک ماه آینده، می‌خواهد یک تحقیق آماری انجام دهد. برای این منظور تعداد لامپ‌های معیوب را در چند روز کاری به صورت زیر جمع‌آوری کرده است: روز اول ۵۰، روز دوم ۷۰، روز سوم ۹۰، روز چهارم ۱۲۰ و روز پنجم ۱۸۰. بر اساس داده‌های به دست آمده، به سؤال‌ها پاسخ دهید:

الف) روند تغییر اعداد و ارقام در این تمرین نشان‌دهندهٔ چه چیزی است؟

ب) در این تمرین چه چیزی به‌عنوان آمار محسوب می‌شود؟

پ) بهترین تصمیمی که مدیر کارخانه بر اساس «علم آمار» می‌تواند بگیرد، چیست؟ (ادامهٔ خط تولید لامپ‌ها یا توقف یا اصلاح خط تولید لامپ‌ها)

الف) اعداد ۵۰، ۷۰، ۹۰، ۱۲۰ و ۱۸۰ روزبه‌روز بیشتر می‌شوند؛ یعنی تعداد لامپ‌های معیوب در حال افزایش است و نشان می‌دهد خط تولید دچار مشکل است و کیفیت تولید روزبه‌روز بدتر می‌شود.

ب) خود اعداد و ارقام جمع‌آوری‌شده، یعنی تعداد لامپ‌های معیوب در پنج روز کاری (۵۰، ۷۰، ۹۰، ۱۲۰، ۱۸۰) آمار محسوب می‌شود.

پ) چون روند خرابی صعودی است و در ماه آینده هم ادامه خواهد یافت، بهترین تصمیم **توقف یا اصلاح خط تولید** است تا علت خرابی برطرف شود، نه ادامهٔ بدون تغییر.

۲۹ صفحه ۱۵۴ کار در کلاس

۶ کدام جمله درست و کدام جمله نادرست است:

الف) اولین قدم در استفاده از «علم آمار»، جمع‌آوری داده‌هاست.

ب) پیش‌بینی و تصمیم‌گیری برای آینده، نتیجهٔ استفاده از «علم آمار» است.

پ) «علم آمار»، همان اعداد و ارقام است.

الف) درست. مرحلهٔ اول علم آمار جمع‌آوری اعداد و ارقام است.

ب) درست. مرحلهٔ آخر علم آمار نتیجه‌گیری، پیش‌بینی و تصمیم‌گیری است.

پ) نادرست. اعداد و ارقام را «آمار» می‌گویند؛ «علم آمار» مجموعهٔ روش‌های جمع‌آوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر آن‌هاست.

۳۰ صفحه ۱۵۴ کار در کلاس

۷ به شکل روبه‌رو توجه کنید: آیا این شکل را می‌توان به اعداد و ارقام تبدیل کرد؟ اعداد و ارقام آن چگونه‌اند؟ برای پاسخ به این سؤال‌ها، کاربرد علم آمار در مهندسی کامپیوتر را مطالعه کنید.

بله. هر تصویر از تعداد زیادی مربع کوچک به نام «پیکسل» ساخته شده است و به هر پیکسل می‌توان عددی را نسبت داد که نشان‌دهندهٔ مقدار روشنایی (یا رنگ) آن است. بنابراین هر تصویر به یک جدول عددی تبدیل می‌شود که هر خانهٔ آن، عدد مربوط به یک پیکسل است (مثلاً ۰ برای سیاه و عددهای بزرگ‌تر برای رنگ‌های روشن‌تر). با داشتن این جدول عددی می‌توان با روش‌های آماری کیفیت تصویر را بررسی و تصاویر مخدوش را با تصاویر اصلی مقایسه کرد.

(شکل صورت سؤال در متن موجود نبود؛ پاسخ به‌صورت کلی نوشته شده است.)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

۳۱ صفحه ۱۵۴ کار در کلاس

۸ جدول سمت راست، جدول عددی شکل سمت چپ نامیده می‌شود. اگر رنگ سبز را با عدد ۳، رنگ زرد را با عدد ۲، رنگ قرمز را با عدد ۱ و رنگ مشکی را با عدد صفر نشان دهیم، جدول عددی و شکل زیر را کامل کنید.

روش کار: هر خانهٔ شکل را با توجه به رنگ آن به عدد مربوط (سبز ← ۳، زرد ← ۲، قرمز ← ۱، مشکی ← ۰) تبدیل می‌کنیم و برعکس، هر عدد جدول را با رنگ متناظر در شکل رنگ می‌کنیم. مثلاً خانه‌ای که عدد ۱ دارد قرمز، خانه‌ای با عدد ۳ سبز و خانه‌ای با عدد ۰ مشکی رنگ می‌شود.

(شکل و جدول نیمه‌کامل در متن موجود نبود، پس پاسخ فقط روش تکمیل را بیان می‌کند.)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۳۲ صفحه ۱۵۵ فعالیت

الف) چاقی امروزه، به عنوان یکی از مسائل مهم و اساسی در زمینهٔ سلامت افراد محسوب می‌شود. برای اطلاع بیشتر، کاربرد علم آمار در علوم پزشکی را مطالعه کنید.

برای سنجش میزان چاقی از «شاخص توده بدن» (BMI) استفاده می‌شود که از تقسیم وزن (W) بر حسب کیلوگرم بر مجذور قد (H) بر حسب متر به دست می‌آید:

$$BMI = \frac{W}{H^2}$$

شاخص توده بدن	طبقه‌بندی
کمتر از ۱۸٫۵	کم‌وزن
۱۸٫۵ تا ۲۴٫۹	وزن طبیعی
۲۵ تا ۲۹٫۹	اضافه وزن
۳۰ تا ۳۴٫۹	چاقی درجه یک
۳۵ تا ۳۹٫۹	چاقی درجه دو
بیشتر از ۴۰	چاقی درجه سه

علم آمار با مدل‌های آماری مناسب، عوامل مؤثر بر شاخص توده بدن مانند رژیم غذایی ناسالم و کم‌تحرکی را شناسایی می‌کند؛ بنابراین رژیم غذایی سالم، پرهیز از خوراکی‌های مضر و ورزش (مثل ورزش صبحگاهی و بوفهٔ سالم در مدارس) برای پیشگیری از چاقی لازم است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۳ صفحه ۱۵۶ فعالیت

با هدف به دست آوردن آمار افراد چاق و درصد این افراد، فرض کنیم بخواهیم تعداد کل افراد چاق را که در این شهر زندگی می‌کنند، بشماریم یا به عبارت دیگر سرشماری کنیم. به نظر شما، این کار به سادگی انجام می‌شود؟

به کمک افراد انتخابی از شهر در شکل «ب» پیش‌بینی کنید که چند درصد افراد این شهر چاق‌اند.

خیر؛ شمردن همهٔ افراد شهر کار پرهزینه، وقت‌گیر و دشوار است و به‌سادگی انجام نمی‌شود.

برای پیش‌بینی، درصد افراد چاق را در نمونهٔ انتخاب‌شده حساب می‌کنیم و همان را برای کل شهر پیش‌بینی می‌کنیم:

$$\text{درصد چاق‌ها} \approx \frac{\text{تعداد افراد چاق در نمونه}}{\text{تعداد افراد نمونه}} \times ۱۰۰$$

(شکل «ب» در متن موجود نبود؛ با شمردن افراد چاق و کل افراد نمونه‌ی شکل می‌توان عدد را به‌دست آورد. مثلاً اگر از ۲۰ نفر نمونه ۴ نفر چاق باشند، پیش‌بینی می‌کنیم حدود ۲۰ درصد افراد شهر چاق‌اند.)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۳۴ صفحه ۱۵۶ مثال (تکمیلی)

فرض کنید وزن شخصی ۱۰۰ کیلوگرم و قدش ۱ متر و ۷۴ سانتی‌متر باشد. شاخص توده بدن شخص به صورت زیر است: $۱۰۰ / (۱/۷۴)^۲ \approx ۳۳/۰۲$

۱ با مراجعه به جدول موجود در کاربرد علم آمار و احتمال در پزشکی، دربارهٔ چاق بودن این شخص به چه نتیجه‌ای می‌رسید؟

۲ دربارهٔ چاق بودن خودتان و اعضای خانوادهٔ خود اظهار نظر کنید.

$$BMI = \frac{۱۰۰}{(۱.۷۴)^۲} = \frac{۱۰۰}{۳.۰۲۷۶} \approx ۳۳.۰۳$$

۱) چون عدد حدود ۳۳ در بازهٔ ۳۰ تا ۳۴٫۹ است، این شخص در طبقهٔ **چاقی درجه یک** قرار دارد.

۲) (پاسخ نمونه) شاخص توده بدن خود را با فرمول W / H^2 حساب می‌کنیم. مثلاً اگر وزن ۵۵ کیلوگرم و قد ۱٫۶۵ متر باشد، شاخص برابر $\frac{۵۵}{۱.۶۵^۲} \approx ۲۰.۲$ است که در محدودهٔ وزن طبیعی (۱۸٫۵ تا ۲۴٫۹) قرار دارد. هر دانش‌آموز باید با وزن و قد خود و اعضای خانواده‌اش محاسبه کند و طبقهٔ مربوط را از جدول بخواند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۵ صفحه ۱۵۷ کار در کلاس

در نمودار روبه‌رو تعداد کل قطعات تولیدی دو کارخانهٔ «الف» و «ب» مشخص شده است. برای شناسایی تعداد قطعات معیوب، نمونه‌هایی از تعداد کل قطعات تولیدی انتخاب شده که در نمودار روبه‌رو ارائه شده است. با توجه به اعداد و ارقام موجود در نمودار، جدول صفحهٔ بعد را کامل کنید.

(جدول: جامعه / عضو جامعه / اندازهٔ جامعه / نمونه / اندازهٔ نمونه برای کارخانهٔ الف و کارخانهٔ ب)

	جامعه	عضو جامعه	اندازهٔ جامعه	نمونه	اندازهٔ نمونه
کارخانهٔ الف	همهٔ قطعات تولیدی کارخانهٔ الف	هر قطعهٔ تولیدی	۱۰۰۰	قطعات انتخابی از قطعات کارخانهٔ الف	تعداد قطعات انتخابی (مطابق نمودار)
کارخانهٔ ب	همهٔ قطعات تولیدی کارخانهٔ ب	هر قطعهٔ تولیدی	تعداد کل قطعات (مطابق نمودار)	قطعات انتخابی از قطعات کارخانهٔ ب	تعداد قطعات انتخابی (مطابق نمودار)

اندازهٔ جامعه برابر تعداد کل قطعات تولیدی و اندازهٔ نمونه برابر تعداد قطعات انتخاب‌شده است. (مقدارهای عددی نمودار در متن موجود نبود، فقط عدد ۱۰۰۰ برای کارخانهٔ الف خوانده شد.)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۳۶ صفحه ۱۵۸ تمرین

۱ می‌خواهیم دربارهٔ کیفیت محصولات تولیدی یک کارخانه، تحقیقی انجام دهیم. برای این منظور، از تعداد کل قطعات تولید شده در کارخانه که برابر با ۱۰۰۰۰ قطعه است، ۱۰۰ قطعه انتخاب می‌شود. با توجه به اطلاعات موجود، جدول زیر را کامل کنید: (جامعه، اندازهٔ جامعه، اندازهٔ نمونه، ویژگی مورد بررسی)

جامعه	اندازهٔ جامعه	اندازهٔ نمونه	ویژگی مورد بررسی
همهٔ قطعات تولیدشدهٔ کارخانه	۱۰۰۰۰	۱۰۰	کیفیت (سالم یا معیوب بودن) قطعات

۳۷ صفحه ۱۵۸ تمرین

۲ کدام جمله درست و کدام جمله نادرست است:

الف) اندازهٔ جامعه کمتر از اندازهٔ نمونه است.

ب) اعضای نمونه، همان اعضای جامعه‌اند.

پ) نمونه زیرمجموعه‌ای از جامعه است.

الف) نادرست. نمونه بخشی از جامعه است، پس اندازهٔ جامعه بیشتر یا مساوی (نه کمتر از) اندازهٔ نمونه است.

ب) نادرست. اعضای نمونه فقط بخشی از اعضای جامعه‌اند، نه همهٔ آن‌ها.

پ) درست. نمونه بخشی از جامعه است که برای مطالعه انتخاب می‌شود.

۳۸ صفحه ۱۵۸ تمرین

۳ در شکل زیر، دانش‌آموزان یک مدرسه در صف صبحگاهی مشاهده می‌شوند. هر صف افقی نشان‌دهندهٔ تعداد دانش‌آموزان یک کلاس است. جامعه و اعضای آن را مشخص کنید و دو نمونهٔ دلخواه از این جامعه را ارائه کنید.

جامعه: همهٔ دانش‌آموزان حاضر در صف صبحگاهی (همهٔ دانش‌آموزان آن مدرسه).

اعضای جامعه: هر یک از دانش‌آموزان مدرسه.

دو نمونهٔ دلخواه: (۱) دانش‌آموزان یکی از صف‌ها (یک کلاس)، مثلاً کلاس اول؛ (۲) نفر اول (یا مثلاً سه نفر اول) از هر صف.

(شکل مدرسه در متن موجود نبود؛ پاسخ به‌صورت کلی و نمونه ارائه شده است.)

۳۹ صفحه ۱۵۹ فعالیت

الف) برای اندازه‌گیری کیفیت میوهٔ هلو چه باید کرد؟ آیا به کمک ابزار اندازه‌گیری می‌توان به این سؤال پاسخ داد؟

ب) آیا ترازو، پاسخ این سؤال را هم می‌دهد؟

پ) کشاورز چگونه می‌تواند کیفیت میوهٔ هلوی تولیدی خود را بالا ببرد؟

الف) خیر؛ هیچ ابزاری برای اندازه‌گیری مستقیم کیفیت میوه وجود ندارد. در عمل با توجه به مرغوبیت و درشتی میوه، به آن عدد نسبت می‌دهند: عدد ۱ برای هلوی بسیار مرغوب و درشت (درجه یک)، ۲ برای متوسط (درجه دو) و ۳ برای ریز (درجه سه).

ب) خیر؛ ترازو فقط وزن را اندازه می‌گیرد و کیفیت را نشان نمی‌دهد.

پ) با کمک علم آمار و طراحی آزمایش: چند قطعهٔ زمین که از نظر رطوبت، حاصل‌خیزی خاک و نور یکسان‌اند را در نظر می‌گیرد، در هر قطعه درصد متفاوتی از کود (مثل نیترات آمونیوم یا فسفر) می‌دهد و کیفیت و کمیت محصول هر قطعه را مقایسه می‌کند. بدین ترتیب بهترین مقدار و نوع کود برای بیشترین تولید را مشخص می‌کند.

۴۰ صفحه ۱۶۰ کار در کلاس

۱ شکل «ب» یک خودرو را نشان می‌دهد، برخی از ویژگی‌های این خودرو مانند سرعت، میزان بنزین مصرفی و رنگ خودرو در شکل مشخص شده است. ... به نظر شما چه متغیرهای دیگری در این خودرو می‌توان معرفی نمود؟ در سطرهای خالی مقدار هر یک از متغیرهای معرفی شده جدید را بیان کنید.

متغیرهای یک خودرو	مقدار متغیر
حداکثر سرعت مجاز خودرو در جاده	۱۲۰ (کیلومتر بر ساعت)
میزان بنزین مصرفی برای هر ۱۰۰ کیلومتر	۸ لیتر
رنگ خودرو	سفید
تعداد سرنشینان مجاز (ظرفیت)	۵ نفر
تعداد درهای خودرو	۴
حجم موتور	۱۶۰۰ سی‌سی
وزن خودرو	۱۱۰۰ کیلوگرم
نوع سوخت	بنزین

(سه سطر اول در کتاب آمده و بقیه نمونه‌اند؛ هر ویژگی قابل مطالعهٔ دیگری نیز می‌تواند پاسخ باشد.)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۴۱ صفحه ۱۶۱ کار در کلاس

۲ جدول زیر متغیرهایی را که دربارهٔ یک دانش‌آموز مطالعه شده است، نشان می‌دهد. مقدار این متغیرها را دربارهٔ خودتان در جدول زیر بنویسید. (سن، نمرهٔ ریاضی نهم، گروه خونی (A، B، AB، O)، قد، وزن)

متغیرهای یک دانش‌آموز	مقدار متغیر (نمونه)
سن دانش‌آموز	۱۵ سال
نمرهٔ ریاضی نهم دانش‌آموز	۱۸٫۵
گروه خونی	A
قد دانش‌آموز	۱۶۵ سانتی‌متر
وزن دانش‌آموز	۵۵ کیلوگرم

این‌ها مقادیر نمونه‌اند؛ هر دانش‌آموز باید مقدار واقعی خودش را بنویسد.

۴۲ صفحه ۱۶۱ کار در کلاس

۳ با توجه به مطالب مربوط به کاربرد علم آمار در محیط زیست، متغیرها و مقدار متغیرهای مربوط به یوزپلنگ ایرانی را در جدول روبه‌رو بنویسید. (سطر اول: طول بدن ← ۱/۲ متر)

متغیر	مقدار متغیر
طول بدن	۱٫۲ متر
ارتفاع شانه	۳۸ تا ۶۷ سانتی‌متر (بین این دو مقدار)
وزن	۲۷ تا ۴۰ کیلوگرم
طول دم	۴۸ تا ۶۶ سانتی‌متر

اعداد از متن مطالعه (برای مطالعه) درباره یوزپلنگ گرفته شده‌اند.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۳ صفحه ۱۶۱ کار در کلاس

۴ در یک کارخانه، کارگران مشغول کارند. مهندس این کارخانه، این کارگران را بر اساس مهارت به صورت بسیار ماهر، ماهر، متوسط و ضعیف درجه‌بندی کرده است. متغیر و مقدار متغیر را برای کارگران بنویسید.

متغیر: میزان (سطح) مهارت کارگر.

مقدارهای متغیر: بسیار ماهر، ماهر، متوسط، ضعیف (می‌توان آن‌ها را با اعداد ۴، ۳، ۲، ۱ نشان داد).

۴۴ صفحه ۱۶۲ فعالیت

در یک شهر، با افراد مختلفی رو به رو می‌شویم و از آن‌ها سؤال‌هایی می‌کنیم. آن‌ها به صورت زیر، به سؤال‌های ما پاسخ داده‌اند. از یک آقا و خانم می‌پرسیم: «چقدر از آشپزی کردن لذت می‌برید؟»؛ از مادر یک خانواده می‌پرسیم: «چند فرزند دارید؟»؛ از همان خانم و آقا می‌پرسیم: «قد شما چند سانتی‌متر است؟»؛ و سؤال آخر: «گروه خونی خود را بگویید؟»

الف) با توجه به شکل‌های مورد نظر، پاسخ‌های افراد را در جدول زیر قرار دهید و آن را کامل کنید. (نام متغیر: تعداد فرزندان — ۲ ؛ قد افراد ؛ گروه خونی ؛ میزان لذت بردن از آشپزی)

ب) با توجه به متغیرهای بیان شده، کدام متغیرها قابل اندازه‌گیری‌اند و کدام نیستند؟ به‌جای علامت سؤال، نام متغیر مورد نظر را بنویسید.

نام متغیر	پاسخ
تعداد فرزندان	۲
قد افراد	۱۸۲٫۵ سانتی‌متر و ۱۷۰ سانتی‌متر
گروه خونی	مثلاً O و A (مطابق شکل)
میزان لذت بردن از آشپزی	مثلاً «زیاد» و «کم» (مطابق شکل)

ب)

متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری هستند	متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری نیستند
تعداد فرزندان، قد افراد	گروه خونی، میزان لذت بردن از آشپزی

(دو پاسخ مربوط به لذت بردن از آشپزی و گروه‌های خونی از روی شکل‌هایی که در متن موجود نبود، به‌صورت نمونه نوشته شد.)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۴۵ صفحه ۱۶۳ کار در کلاس

۱ با توجه به شکل‌ها، جمله‌ها را کامل کنید:

در شکل «الف»، تعداد مسافران یک قطار، یک متغیر کمی است.

در شکل «ب»، اقوام ایرانی یک متغیر ..... است.

در شکل «پ»، قد فرد، یک متغیر ..... است.

در شکل «ت»، جنسیت افراد یک متغیر ..... است.

در شکل «ب»، اقوام ایرانی یک متغیر **کیفی** است (قابل اندازه‌گیری نیست).

در شکل «پ»، قد فرد یک متغیر **کمی** است (با عدد، مثلاً ۱۸۲٫۵ سانتی‌متر، بیان می‌شود).

در شکل «ت»، جنسیت افراد یک متغیر **کیفی** است (مقادیر آن زن و مرد است).

۴۶ صفحه ۱۶۳ کار در کلاس

۲ نوع متغیرهای زیر را مشخص کنید:

الف) انواع هواپیما (مسافربری، باربری، جنگنده) (کمی / کیفی)

ب) مدت زمانی که طول می‌کشد از خانه به مدرسه برسید. (کمی / کیفی)

پ) رنگ چشم (میشی، آبی، قهوه‌ای) (کمی / کیفی)

الف) کیفی — قابل اندازه‌گیری نیست و با نام بیان می‌شود.

ب) کمی — با عدد (مثلاً ۱۵ دقیقه) اندازه‌گیری می‌شود.

پ) کیفی — رنگ چشم عددی نیست.

۴۷ صفحه ۱۶۳ کار در کلاس

۳ جدول زیر را کامل کنید. (سؤال/متغیر ← نوع متغیر): موی شما چه رنگی است؟ — وزن شما چه عددی است؟ — چقدر از تماشای بازی فوتبال لذت می‌برید؟

سؤال (متغیر)	نوع متغیر
موی شما چه رنگی است؟	کیفی
وزن شما چه عددی است؟	کمی
چقدر از تماشای بازی فوتبال لذت می‌برید؟	کیفی

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۸ صفحه ۱۶۴ فعالیت

همان‌گونه که در فعالیت قبل مطرح شد، پاسخ دو سؤال زیر، متغیرهایی از نوع کمی‌اند. ۱ از مادر یک خانواده می‌پرسیم: چند فرزند دارید؟ برخی از جواب‌های ممکن: ۰، ۱، ۲، ۳ و ... ۲ قد شما چند سانتی‌متر است؟ برخی از جواب‌های ممکن: ۱۵۰ سانتی‌متر تا ۱۷۰ سانتی‌متر، ۱۵۹ سانتی‌متر، ۱۶۰/۵ سانتی‌متر و ...

۳ فرض کنید کمترین و بیشترین وزن در جامعهٔ دانش‌آموزان پایهٔ دهم کشور به ترتیب ۴۶ کیلوگرم و ۷۵ کیلوگرم باشد. در این صورت وزن تمام دانش‌آموزان کشور در بازهٔ [۴۶ ، ۷۵] قرار می‌گیرد. آیا هر عددی از این بازه می‌تواند وزن یک دانش‌آموز باشد؟

۴ فرض کنید کمترین و بیشترین تعداد فرزندان یک خانواده در کشور به ترتیب ۰ و ۲۰ باشد. در این صورت تعداد فرزندان هر خانواده در این کشور عددی صحیح از بازهٔ [۰ ، ۲۰] خواهد بود. آیا هر عددی از این بازه می‌تواند نشان‌دهندهٔ تعداد فرزندان یک خانواده باشد؟

۵ متغیرهای مطرح شده در قسمت‌های ۳ و ۴ کمی‌اند و یا کیفی؟

۶ چه تفاوتی در متغیرهای مطرح شده در قسمت‌های ۳ و ۴ وجود دارد که جواب‌های مربوط به آن‌ها متفاوت است؟

۷ با توجه به قسمت‌های ۳ و ۴ در شکل زیر به‌جای علامت سؤال، پاسخ مناسب قرار دهید. (متغیر کمی: «متغیری که اگر دو مقدار a و b را بتواند اختیار کند، آنگاه هر مقداری بین آن‌ها را نیز بتواند اختیار کند» = ؟ ، «متغیری که اگر دو مقدار a و b را اختیار کند، آنگاه مقداری بین آن‌ها وجود دارد که نمی‌تواند اختیار کند» = ؟)

---

۳) بله؛ وزن دانش‌آموز می‌تواند هر عددی بین ۴۶ و ۷۵ باشد (مثلاً ۴۶٫۳ یا ۵۸٫۷۲ کیلوگرم).

۴) خیر؛ تعداد فرزندان فقط می‌تواند عدد صحیح (۰، ۱، ۲، ... ، ۲۰) باشد. مثلاً ۲٫۵ یا ۱۰٫۳ فرزند معنی ندارد.

۵) هر دو کمی‌اند (با عدد بیان می‌شوند و قابل اندازه‌گیری‌اند).

۶) وزن می‌تواند هر مقدار حقیقی در یک بازه را بگیرد (بین دو مقدار هر عددی ممکن است)، ولی تعداد فرزندان فقط مقدارهای صحیح را می‌گیرد و بین دو عدد صحیح متوالی مقدار ممکنی وجود ندارد؛ پس وزن «پیوسته» و تعداد فرزندان «گسسته» است.

۷) متغیر کمی به دو نوع تقسیم می‌شود: کادر اول (هر مقداری بین a و b را بتواند اختیار کند = (**پیوسته**؛ کادر دوم (مقداری بین a و b وجود دارد که نمی‌تواند اختیار کند = (**گسسته**.

---

۴۹ صفحه ۱۶۵ کار در کلاس

۱ با پر کردن جاهای خالی، پیوسته یا گسسته بودن متغیرهای کمی زیر را مشخص کنید.

الف) سرعت خودرو یک متغیر پیوسته است. مقدار آن متغیر ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت است.

ب) میزان مصرف بنزین این خودرو، یک متغیر ..... و مقدار آن برای هر ۱۰۰ کیلومتر ..... است.

پ) تعداد سرنشینان مجاز در این خودرو، یک متغیر ..... است و این تعداد برابر با ..... است.

ب) میزان مصرف بنزین یک متغیر **پیوسته** است و مقدار آن برای هر ۱۰۰ کیلومتر **۸ لیتر** است.

پ) تعداد سرنشینان مجاز یک متغیر **گسسته** است (فقط عدد صحیح می‌شود) و این تعداد برابر با **۵ نفر** است.

(عدد ۸ از متن کار در کلاس صفحهٔ قبل است. عدد ۵ نفر به‌عنوان ظرفیت یک خودروی سواری نمونه نوشته شد.)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۵۰ صفحه ۱۶۵ **کار در کلاس**

۲ انواع متغیرهای زیر را مشخص کنید:

الف) تعداد ماهی‌های یک دریا (گسسته / پیوسته)

ب) مدت زمانی که طول می‌کشد از خانه به مدرسه برسید. (گسسته / پیوسته)

پ) وزن افراد (گسسته / پیوسته)

ت) تعداد دانش‌آموزان یک مدرسه (گسسته / پیوسته)

الف) گسسته — تعداد، عددی صحیح است.

ب) پیوسته — زمان می‌تواند هر مقدار حقیقی (مثلاً ۱۲٫۵ دقیقه) باشد.

پ) پیوسته — وزن می‌تواند هر مقدار حقیقی در یک بازه باشد.

ت) گسسته — تعداد دانش‌آموزان عددی صحیح است.

۵۱ صفحه ۱۶۶ **کار در کلاس**

۳ در هر مورد نوع متغیر مطرح شده در سؤال را مشخص کنید.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

قد شما چه عددی است؟ — وزن شما چه عددی است؟ — تعداد دوستان شما چند نفر است؟ — وزن دوستتان چه عددی است؟ — شاخص توده بدن خانوادهٔ شما چه عددی است؟ — ارتفاع شانهٔ یوزپلنگ ایرانی چقدر است؟

سؤال (متغیر)	نوع متغیر
قد شما چه عددی است؟	کمی پیوسته
وزن شما چه عددی است؟	کمی پیوسته
تعداد دوستان شما چند نفر است؟	کمی گسسته
وزن دوستتان چه عددی است؟	کمی پیوسته
شاخص توده بدن خانوادهٔ شما چه عددی است؟	کمی پیوسته
ارتفاع شانهٔ یوزپلنگ ایرانی چقدر است؟	کمی پیوسته

۵۲ صفحه ۱۶۶ **فعالیت**

به سؤال‌های زیر توجه کنید: سؤال: از یک آقا و خانم می‌پرسیم: چقدر از آشپزی کردن لذت می‌بری؟ برخی از جواب‌های ممکن: خیلی زیاد، زیاد، متوسط، کم، خیلی کم. سؤال: گروه خونی خود را بگویید. برخی از جواب‌های ممکن: گروه خونی A، B، AB، O. در پاسخ به سؤال اول، یک ترتیب طبیعی وجود دارد؛ همانند شکل «الف» در صورتی که در پاسخ به سؤال دوم نمی‌توان ترتیب طبیعی قائل شد، شکل «ب» را ملاحظه کنید.

در شکل زیر به جای علامت سؤال، پاسخ مناسب را قرار دهید. (متغیر کیفی ← دارای ترتیب طبیعی: ؟ ، بدون ترتیب: ؟)

متغیر کیفی به دو دسته تقسیم می‌شود:

- متغیر کیفی **دارای ترتیب طبیعی** ← **ترتیبی** (مثل میزان لذت بردن از آشپزی: خیلی زیاد، زیاد، متوسط، کم، خیلی کم)
- متغیر کیفی **بدون ترتیب** ← **اسمی** (مثل گروه خونی A، B، AB، O)

۵۳ صفحه ۱۶۷ **کار در کلاس**

با توجه به شکل‌های زیر جمله‌های زیر را کامل کنید:

در شکل «الف»، جنسیت افراد، یک متغیر اسمی است و مقادیر آن زن و مرد است.

در شکل «ب»، مقام‌هایی که یک ورزشکار در مسابقه به‌دست می‌آورد، یک متغیر ..... است و مقادیر آن ..... است.

در شکل «پ»، میزان علاقهٔ شما به خورش قیمه سؤال شده است که یک متغیر ..... است و مقادیر آن ..... است.

شکل «ب»: مقام‌هایی که ورزشکار به دست می‌آورد یک متغیر **ترتیبی** است و مقادیر آن **مقام اول، مقام دوم و مقام سوم** است (دارای ترتیب طبیعی است).

شکل «پ»: میزان علاقه به خورش قیمه یک متغیر **ترتیبی** است و مقادیر آن **بسیار زیاد، زیاد، متوسط، کم، بسیار کم** است.

۵۴ صفحه ۱۶۸ تمرین

۱ با پر کردن جاهای خالی، اسمی یا ترتیبی بودن متغیرهای زیر را مشخص کنید.

الف) مراحل رشد یک انسان (نوزاد، کودک، نونهال، نوجوان، جوان، میان‌سال، کهنسال)

ب) نژاد افراد (سفیدپوست، زردپوست، سیاه‌پوست)

پ) رنگ موی افراد (مشکی، قهوه‌ای، طلایی)

ت) کیفیت میوهٔ هلو (درجه ۱، درجه ۲، درجه ۳)

الف) ترتیبی — مراحل رشد ترتیب طبیعی دارند.

ب) اسمی — بین نژادها ترتیب طبیعی وجود ندارد.

پ) اسمی — رنگ‌ها ترتیب طبیعی ندارند.

ت) ترتیبی — درجه ۱ بهتر از درجه ۲ و آن بهتر از درجه ۳ است.

۵۵ صفحه ۱۶۸ تمرین

۲ نوع متغیرها را در نمودار زیر دسته‌بندی کنید.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱ــ میزان بارندگی بر حسب سانتی‌متر در یک شهر، ۲ــ نوع بارندگی (باران، برف)، ۳ــ تعداد شهرهایی که در یک روز هوای آفتابی دارند، ۴ــ میزان دمای هوا، ۵ــ شدت آلودگی هوا (زیاد، متوسط، کم)، ۶ــ انواع وضعیت هوا (آفتابی، ابری، بارانی، برفی)، ۷ــ شدت بارندگی (زیاد، متوسط، کم)

شمارهٔ متغیر	متغیر	نوع متغیر
۱	میزان بارندگی بر حسب سانتی‌متر	کمی پیوسته
۲	نوع بارندگی (باران، برف)	کیفی اسمی
۳	تعداد شهرهایی که هوای آفتابی دارند	کمی گسسته
۴	میزان دمای هوا	کمی پیوسته
۵	شدت آلودگی هوا (زیاد، متوسط، کم)	کیفی ترتیبی
۶	انواع وضعیت هوا (آفتابی، ابری، بارانی، برفی)	کیفی اسمی
۷	شدت بارندگی (زیاد، متوسط، کم)	کیفی ترتیبی

۵۶ صفحه ۱۶۹ **تمرین**

۳ جدول زیر متغیرهای دانش‌آموزان را نشان می‌دهد. انواع متغیرها از نظر کمی، کیفی، گسسته، پیوسته، ترتیبی و اسمی را در جدول زیر کامل کنید. (متغیرها: سن، نمرهٔ ریاضی نهم، جنسیت (دختر و پسر)، قد، وزن،

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

میزان هوش (هوش بالا، متوسط، پایین)، میزان رضایت در مدرسه (بسیار، متوسط، ضعیف)، شاخص توده بدن)

متغیر	کمی	کیفی	گسسته	پیوسته	ترتیبی	اسمی
سن	×		×			
نمرهٔ ریاضی نهم	×			×		
جنسیت (دختر و پسر)		×				×
قد	×			×		
وزن	×			×		
میزان هوش (هوش بالا، متوسط، پایین)		×			×	
میزان رضایت در مدرسه (بسیار، متوسط، ضعیف)		×			×	
شاخص توده بدن	×			×		

نکته: «سن» اگر بر حسب سال کامل بیان شود گسسته است؛ نمرهٔ ریاضی که می‌تواند اعشاری باشد (مثل ۱۷٫۲۵) پیوسته در نظر گرفته شد.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۵۷ صفحه ۱۶۹ تمرین

۴ فرض کنید وزن شخصی ۹۵ کیلوگرم و قد او ۱۶۰ سانتی‌متر باشد.

الف) شاخص توده بدن این شخص را حساب کنید.

ب) شاخص توده بدن شخص چه نوع متغیری از نظر کمی، کیفی، گسسته، پیوسته، اسمی و ترتیبی است؟

الف) قد را بر حسب متر می‌نویسیم: ۱۶۰ سانتی‌متر = ۱٫۶ متر.

$$BMI = \frac{W}{H^2} = \frac{95}{(1.6)^2} = \frac{95}{2.56} \approx 37.1$$

این مقدار بین ۳۵ و ۳۹٫۹ است، یعنی چاقی درجه دو.

ب) شاخص توده بدن یک عدد است و قابل اندازه‌گیری (محاسبه) است، پس متغیر **کمی** است؛ می‌تواند هر مقدار حقیقی در یک بازه را بگیرد، پس **پیوسته** است. (کیفی، گسسته، اسمی و ترتیبی نیست.)

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir

۵۸ صفحه ۱۶۹ تمرین

۵ جدول سمت راست، جدول عددی شکل سمت چپ است. اگر رنگ سبز را با عدد ۳، رنگ سفید را با عدد ۲ و رنگ قرمز را با عدد ۱ نشان دهیم، جدول عددی و شکل زیر را کامل کنید. این شکل چه چیزی است؟ (جدول: ردیف بالا: ۳ ۳ ؟ ، ردیف وسط: ۲ ؟ ۲ ، ردیف پایین: ۱ ۱ ؟)

در ردیف بالا همهٔ خانه‌ها سبز (۳)، در ردیف وسط همه سفید (۲) و در ردیف پایین همه قرمز (۱) هستند. پس جدول کامل شده:

۳	۳	۳
۲	۲	۲
۱	۱	۱

این شکل **پرچم ایران** است (سبز، سفید، قرمز).

۵۹ صفحه ۱۶۹ تمرین

۶ جامعه و نمونه را تعریف کنید و برای هر یک مثال بزنید.

جامعه: مجموعهٔ تمام افراد یا اشیایی که دربارهٔ یک یا چند ویژگی آن‌ها تحقیق صورت می‌گیرد؛ هر یک از آن‌ها عضو جامعه است. مثال: همهٔ دانش‌آموزان یک مدرسه.

نمونه: بخشی از جامعه که برای مطالعه انتخاب می‌شود؛ هر یک از افراد یا اشیای انتخاب‌شده عضو نمونه است. مثال: دانش‌آموزان یک کلاس از آن مدرسه (یا ۳۰ دانش‌آموز انتخاب‌شده به تصادف).

۶۰ صفحه ۱۶۹ تمرین

۷ شکل زیر یک جامعهٔ فرضی را نشان می‌دهد که اعضای آن را با شماره‌های ۱ تا ۲۰ مشخص کرده‌ایم. همچنین اعضای نمونه با خط سبز رنگ انتخاب شده‌اند. به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

الف) اندازهٔ جامعه چه عددی است؟

ب) اندازهٔ نمونهٔ انتخابی چه عددی است؟

پ) اعضای نمونهٔ انتخابی را بنویسید.

الف) اعضای جامعه شماره‌های ۱ تا ۲۰ هستند، پس اندازهٔ جامعه برابر **۲۰** است.

ب) اندازهٔ نمونه برابر تعداد اعضایی است که با خط سبز مشخص شده‌اند.

پ) اعضای نمونه همان شماره‌هایی هستند که با خط سبز دور آن‌ها کشیده شده است.

(شکل در متن موجود نبود؛ پس فقط قسمت «الف» به‌طور قطعی پاسخ داده شد و برای «ب» و «پ» روش پاسخ بیان شد.)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۶۱ صفحه ۱۷۰ تمرین

۸ جدول زیر را کامل کنید. (وزن یک هلو، کیفیت یک هلو، اندازهٔ طول بدن یوزپلنگ ایرانی، اقوام ایرانی، وضعیت آب و هوا، دمای هوا در قلهٔ کوه شیراز ، شهرستان سامان ــ استان چهارمحال و بختیاری، فشار هوا در قلهٔ کوه)

متغیر	نوع متغیر
وزن یک هلو	کمی پیوسته
کیفیت یک هلو (درجه ۱، ۲، ۳)	کیفی ترتیبی
اندازهٔ طول بدن یوزپلنگ ایرانی	کمی پیوسته
اقوام ایرانی	کیفی اسمی
وضعیت آب و هوا (آفتابی، ابری، ...)	کیفی اسمی
دمای هوا در قلهٔ کوه	کمی پیوسته
فشار هوا در قلهٔ کوه	کمی پیوسته

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت